

## DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO

Il metodo più semplice per risolvere una disequazione di secondo grado in un'incognita è quella di associarla ad una parabola e risolvere il problema graficamente aggiungendo la variabile  $y$ .

**Premessa:** nel piano cartesiano i punti sono rappresentati da una coppia di numeri (le coordinate), il primo numero della coppia rappresenta l'ascissa, cioè la coordinata sull'asse  $x$ , il secondo numero rappresenta l'ordinata, cioè la coordinata sull'asse  $y$ .

I punti che hanno **l'ordinata positiva si trovano** nel primo e nel secondo quadrante, ovvero **sopra l'asse delle  $x$** , quelli che hanno **ordinata negativa si trovano** nel terzo e nel quarto quadrante, ovvero **sotto l'asse  $x$** , quelli che hanno l'ordinata nulla appartengono all'asse  $x$

Una disequazione di secondo grado è del tipo  $ax^2 + bx + c > 0$  dove al posto del  $>$  ci può essere uno degli altri tre simboli di disuguaglianza, con tale metodo la disequazione in questione viene trasformata nel seguente sistema:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y > 0 \end{cases}$$

risolvibile graficamente, poiché la prima equazione rappresenta una parabola, la seconda è una disequazione che rappresenta un semipiano: con  $y > 0$  ho tutti i punti che stanno sopra l'asse  $x$ , con  $y \geq 0$  ho tutti i punti che stanno sull'asse  $x$  e quelli che ci stanno sopra, con  $y < 0$  ho tutti i punti che stanno sotto l'asse  $x$ , con  $y \leq 0$  ho tutti i punti che stanno sull'asse  $x$  e quelli che ci stanno sotto.

Per questo motivo risulta superfluo disegnare l'asse  $y$  e il disegno della parabola va fatto unicamente per questo scopo, cioè qual è la sua posizione rispetto all'asse  $x$ , quindi non ha importanza trovare esattamente dov'è il vertice, etc., ma le uniche cose importanti sono:

- **vedere il segno di  $a$**  per capire se la concavità della parabola è rivolta verso l'alto o verso il basso;
- **calcolare il valore di  $\Delta$**  per sapere se esistono o meno intersezioni con l'asse  $x$ .

infatti quando calcoliamo il  $\Delta$ , stiamo cercando se l'equazione  $ax^2 + bx + c = 0$  ha soluzione, cioè stiamo risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = 0 \end{cases}$$

il che significa che intersechiamo la parabola con l'asse  $x$  (la cui equazione è  $y = 0$ )

### Quante possibilità ci sono?

per  $a$  ci sono due casi:

1.  $a$  è positivo e quindi la concavità della parabola è rivolta verso l'alto,
2.  $a$  è negativo e quindi la concavità è rivolta verso il basso

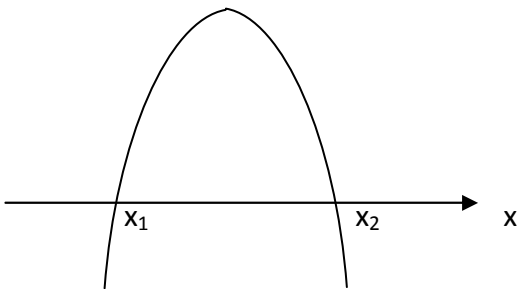
per  $\Delta$  ci sono tre casi:

1. **è positivo** e quindi ci sono due intersezioni distinte con l'asse  $x$  (l'asse è secante)  
cerco anche il valore delle due intersezioni  $x_1$  e  $x_2$ .
2. **è nullo** e quindi ci sono due intersezioni coincidenti con l'asse  $X$  (l'asse è tangente)  
cerco anche il valore del punto di tangenza, che sarà il vertice, e  $x_1 = x_2$ .
3. **è negativo** e quindi non ci sono intersezioni con l'asse  $X$  (l'asse è esterno).

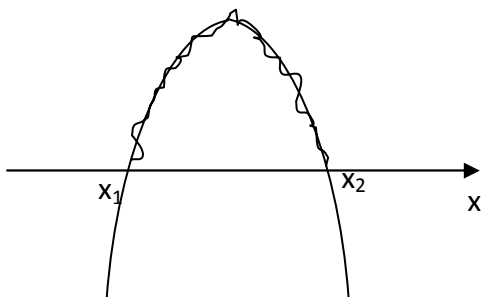
I simboli di disuguaglianza sono quattro, quindi in tutto avremo  $2 \times 3 \times 4 = 24$  possibilità di soluzioni di una disequazione di secondo grado, ovviamente non dobbiamo impararli a memoria ma dobbiamo ragionare per capire come posso passare dal disegno (veloce!) della parabola alla scrittura delle soluzioni.

## Esempi

Si deve risolvere  $ax^2 + bx + c > 0$ , e ad esempio  $a$  è un valore negativo (bisogna disegnare la parabola rivolta verso il basso e calcolare il  $\Delta = b^2 - 4ac$ ). Si suppone che  $\Delta$  sia un valore positivo, allora si trovano i valori di  $x_1$  e di  $x_2$  e si fa un disegno veloce della situazione sul piano cartesiano (ma senza disegnare l'asse  $Y$ )



poiché la disequazione chiede  $>0$ , bisogna considerare i punti della parabola al di sopra dell'asse  $x$ :



I punti sono quelli segnati e corrispondono ai valori di  $x$  compresi tra  $x_1$  e  $x_2$ , quindi la soluzione è:

$$x_1 < x < x_2$$

## ORA PROVA TU!

Disegna le situazioni corrispondenti a queste disequazioni:

1) $3x^2 + x - 2 > 0$	2) $-2x^2 - 3x + 5 < 0$	3) $x^2 - 14x + 49 \leq 0$
4) $2x^2 + 3x + 1 \geq 0$	5) $2x^2 + 3x + 5 < 0$	6) $-x^2 + 3x + 5 > 0$
7) $16x^2 - 8x + 1 > 0$	8) $3x^2 + x + 2 \leq 0$	9) $-12x^2 + 3x + 1 < 0$
10) $-x^2 + 2x - 10 \geq 0$	11) $x^2 + 3x - 10 \geq 0$	12) $9x^2 + 12x + 4 \leq 0$

Controlla poi le soluzioni o scrivile tu e poi chiedi alla prof.ssa:

$x < -1$ o $x > 2/3$	$x < -\frac{5}{2}$ o $x > 1$	
$\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{4}\right\}$	$\emptyset$	